1. **Погрешности эксперимента. Приборная погрешность. Систематические ошибки, их исключение. Промахи, минимизация их последствий.**

Виды погрешностей

Никакие измерения не могут быть абсолютно точными. Измеряя какую-либо величину,

мы всегда получаем результат с некоторой погрешностью (ошибкой). Другими словами, измеренное значение величины

всегда отличается от истинного ее значения. Задачей экспериментатора является не только нахо-

ждение самой величины, но и оценка допущенной при измерении погрешности. В

зависимости от свойств и причин возникновения различают систематические, случай-

ные погрешности и промахи.

**1. Промахи** обусловлены главным образом недостаточным вниманием экспери-

ментатора или неисправностями средств измерения. Результаты таких измерений отбрасываются.

**2**. **Систематические погрешности** вызываются факторами, действующими одинаковым образом при

многократном повторении одних и тех же измерений. Они соответствуют отклонению измеренного

значения от истинного всегда в одну сторону – либо в большую, либо в меньшую.

Систематические погрешности могут быть обусловлены, во-первых, неисправностью или неправильной работе на

используемых приборах (например, неправильной установкой “нуля”). Во-вторых, их причиной может быть несовершенство

используемой методики измерения или неучет постоянных факторов, влияющих на исследуемое явление. Например, можно

получать завышенные значения температуры плавления кристалла, если проводить измерения при повышенном внешнем

давлении.

Помимо погрешностей, возникающих в процессе измерений, систематическими являются погрешности, связанные

с применением приближенных (“упрощенных”) формул, и ошибки, обусловленные отличием реального объекта от принятой

модели. Так, например, при определении плотности может возникнуть большая систематическая ошибка, если исследуемый

образец не является однородным и содержит внутри пустоты.

После выявления причин систематическую погрешность можно устранить, вводя соответствующую поправку. Об-

наружить же систематическую погрешность и установить ее причину бывает не всегда просто, и экспериментатору часто

приходится проводить дополнительные исследования. Предполагается, что в задачах физического

практикума систематические погрешности сведены к минимуму при постановке

задачи, и ими можно пренебречь.

1. **Случайные погрешности. Среднее значение физической величины.**

**Случайными** называются погрешности, которые при многократных измерениях

в одинаковых условиях изменяются непредсказуемым образом.

Случайные погрешности обусловлены множеством неконтролируемых при-

чин, действие которых неодинаково в каждом опыте. В результате этого при измерении одной и той же величины не-

сколько раз подряд в одинаковых условиях получается целый ряд значений этой величины, отличающихся от ис-

тинного значения случайным образом.

Природа случайных погрешностей может быть различной: флуктуации нулевого положения указателя измеритель-

ного прибора; несовершенство органов чувств экспериментатора (например, невозможность включить секундомер точно в

нужный момент); случайные неконтролируемые изменения внешних воздействий - температуры, влажности, давления; на-

водки в электрической цепи и т.д., которые практически невозможно учесть.

Случайные погрешности всегда присутствуют в эксперименте.

1. **Дисперсия. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.**

Диспе́рсия случа́йной величины́ — мера разброса данной случайной величины, то есть её отклонения от математического ожидания.

Стандартное отклонение измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина, а дисперсия измеряется в квадратах этой единицы измерения.

1. **Взвешенные средние.**
2. **Погрешности при косвенных измерениях. Погрешности суммы и разности.**

При обработке результатов косвенных измерений физической величины, связанной функционально с физическими величинами А, В и С, которые измеряются прямым способом, сначала определяют относительную погрешность косвенного измерения e= DХ/Хпр, пользуясь формулами, приведенными в таблице (без доказательств).

Абсолютную погрешность определяется по формуле DХ=Хпр \*e,

где e выражается десятичной дробью, а не в процентах.

Окончательный результат записывается так же, как и в случае прямых измерений.

1. **Погрешность произведения и частного.**
2. **Погрешность произвольной функции.**

Пусть задана произвольная функция и = f(xl, x2,..., хn), где xl, х2,…, хп – приближенные величины, а , ,…,– их известные предельные абсолютные погрешности. Тогда предельная абсолютная погрешность результата – функции и – для малых , вычисляется по формуле

C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Новая папка\Иванов\1.gif

(1.17)

Как видно из формулы (1.17), для ее применения требуется, чтобы функция f(xl, x2,..., хn)была дифференцируемой по всем переменным.

Рассмотрим уравнение f(x) = 0, где функция f(x) определена и непрерывна в некотором конечном или бесконечном интервале а < х < b.

Определение 2.1. Корнем уравнения f(x) = 0 называется значение ξ, обращающее функцию f(x) в нуль, т. е. такое, что f(ξ) = 0.

Определение 2.2. Уравнение f(x) = 0 называется алгебраическим, если функция f(x) является многочленом f(x) = Рn(х) = апхп + ап-1хn-1 + ... + а1х + а0, в противном случае уравнение f(x) = 0 называется трансцендентным.

Встречающиеся на практике уравнения часто не удается решить аналитическими методами. Для решения таких уравнений используются численные методы.

Алгоритм нахождения корня уравнения с помощью численного метода состоит из двух этапов:

1) отделение или локализация корня, т. е. установление промежутка [а, b], в котором содержится один корень;

2) уточнение значения корня методом последовательных приближений.

1. **Коэффициент корреляции. Значимость корреляции.**

Общий обзор

Корреляционный анализ занимается степенью связи между двумя переменными, x и y.

Сначала предполагаем, что как x, так и y количественные, например рост и масса тела. Предположим, пара величин (x, у) измерена у каждого из n объектов в выборке.

Мы можем отметить точку, соответствующую паре величин каждого объекта, на двумерном графике рассеяния точек.

Обычно на графике переменную x располагают на горизонтальной оси, а у — на вертикальной. Размещая точки для всех n объектов, получают график рассеяния точек, который говорит о соотношении между этими двумя переменными.

Свойства коэффициента корреляции r

r изменяется в интервале от —1 до +1.

Знак r означает, увеличивается ли одна переменная по мере того, как увеличивается другая (положительный r), или уменьшается ли одна переменная по мере того, как увеличивается другая (отрицательный r).

Величина r величина указывает, как близко расположены точки к прямой линии. В частности, если r = +1 или r= —1, то имеется абсолютная (функциональная) корреляция по всем точкам, лежащим на линии (практически это маловероятно); если , то линейной корреляции нет (хотя может быть нелинейное соотношение). Чем ближе r к крайним точкам (±1), тем больше степень линейной связи.

Коэффициент корреляции r безразмерен, т. е. не имеет единиц измерения.

Величина r обоснованна только в диапазоне значений x и y в выборке. Нельзя заключить, что он будет иметь ту же величину при рассмотрении значений x или y, которые значительно больше, чем их значения в выборке.

x и y могут взаимозаменяться, не влияя на величину r ().

Корреляция между x и у не обязательно означает соотношение причины и следствия.

представляет собой долю вариабельности у, которая обусловлена линейным соотношением с x.

Когда не следует рассчитывать r

Расчет r может ввести в заблуждение, если:

соотношение между двумя переменными нелинейное, например квадратичное;

данные включают более одного наблюдения по каждому случаю;

есть аномальные значения (выбросы);

данные содержат ярко выраженные подгруппы наблюдений.

1. **Метод наименьших квадратов, его использование для выявления вида зависимости**

Суть метода наименьших квадратов (МНК).

Задача заключается в нахождении коэффициентов линейной зависимости, при которых функция двух переменных а и b

C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Новая папка\Иванов\1.png

принимает наименьшее значение. То есть, при данных а и b сумма квадратов отклонений экспериментальных данных от найденной прямой будет наименьшей. В этом вся суть метода наименьших квадратов.

Таким образом, решение примера сводится к нахождению экстремума функции двух переменных.

1. **Скаляры. Векторы. Основы векторной алгебры.**

При изучении реального мира приходится сталкиваться с такими свойствами исследуемых объектов, которые вполне характеризуются своей числовой мерой (объём тела, его масса, электрический заряд и т.д.). Эти характеристики объектов называются скалярными величинами или просто – скаляры. Они записываются либо буквами обычного шрифта, либо цифрами (а, б, t, G, 5, −7….). Скаляры могут быть положительными и отрицательными. Математические операции над скалярами выполняются по правилам арифметики и элементарной алгебры. В то же время некоторые объекты изучения могут обладать такими свойствами, для полного описания которых знание только числовой меры оказывается недостаточным, необходимо ещё охарактеризовать эти свойства направлением в пространстве. Такие свойства характеризуются величинами, которые называются векторы. Примерами векторных величин являются скорость, ускорение, сила, количество движения и т.д. Векторы, в отличие от скаляров, обозначаются буквами жирного шрифта:

a, b, g, F, С ….

Нередко (а в рукописном варианте практически всегда) векторы обозначают буквой обычного (нежирного) шрифта, но со стрелкой над ней

Модуль вектора, то есть длину направленного прямолинейного отрезка, обозначают теми же буквами, как и сам вектор, но в обычном (не жирном) написании и без стрелки над ними, либо точно также как и вектор (то есть жирным шрифтом или обычным, но со стрелкой), но тогда обозначение вектора заключается в вертикальные черточки.

1. **Скалярное и векторное произведения векторов, методы из вычисления.**
2. **Смешанное произведение 2-х векторов. Двойное векторное произведение.**
3. **Матрицы. Основы алгебры тензоров. Прямое произведение 2-х векторов.**
4. **Основы векторного анализа. Градиент скалярного поля, его запись в размичных координатах.**
5. **Дивергенция векторного поля, ее запись в размичных координатах.**
6. **Ротор векторного поля, его запись в размичных координатах.**
7. **Оператор Лапласа для скалярного поля, его запись в размичных координатах.**
8. **Оператор Лапласа для векторного поля.**

Ве́кторный опера́тор Лапла́са (или ве́кторный лапласиа́н) — это векторный дифференциальный оператор второго порядка, определённый над векторным полем и обозначаемый символом [1][2], аналогичный скалярному оператору Лапласа. Векторный оператор Лапласа действует на векторное поле и имеет векторное значение, тогда как скалярный лапласиан действует на скалярное поле и имеет скалярное значение. При вычислении в декартовых координатах, получаемое векторное поле эквивалентно векторному полю скалярного Лапласиана, действующего на отдельные компоненты исходного вектора.

Векторный оператор Лапласа векторного поля определяется следующим образом:

Через оператор набла:

[3].

C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Новая папка\Иванов\1.png

Через градиент, дивергенцию и ротор:

.C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Новая папка\Иванов\2.png

В декартовых координатах векторный лапласиан векторного поля можно представить в виде вектора, компонентами которого являются скалярные лапласианы компонент векторного поля :

[1],

C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Новая папка\Иванов\3.png

где , , — компоненты векторного поля .

1. **Преобразование Фурье.**

*Преобразование Фурье (ℱ*) — операция, сопоставляющая функции вещественной переменной другую функцию вещественной переменной. Эта новая функция описывает коэффициенты («амплитуды») при разложении исходной функции на элементарные составляющие — гармонические колебания с разными частотами.

Преобразование Фурье функции вещественной переменной является интегральным и задаётся следующей формулой:

C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\Новая папка\Иванов\3bfd17b69626915a2de012bd327408da.png

Разные источники могут давать определения, отличающиеся от приведённого выше выбором коэффициента перед интегралом, а также знака «−» в показателе экспоненты. Но все свойства будут те же, хотя вид некоторых формул может измениться.

Применения

Преобразование Фурье используется во многих областях науки — в физике, теории чисел, комбинаторике, обработке сигналов, теории вероятностей, статистике, криптографии, акустике, океанологии, оптике, геометрии и многих других. В обработке сигналов и связанных областях преобразование Фурье обычно рассматривается как декомпозиция сигнала на частоты и амплитуды, то есть обратимый переход от временно́го пространства (time domain) в частотное пространство (frequency domain). Богатые возможности применения основываются на нескольких полезных свойствах преобразования:

Преобразования являются линейными операторами и, с соответствующей нормализацией, унитарными (свойство, известное как теорема Парсеваля, или, в более общем случае, как теорема Планшереля, или, в наиболее общем, как дуализм Понтрягина).

Преобразования обратимы, причём обратное преобразование имеет практически такую же форму, как и прямое преобразование.

Синусоидальные базисные функции (вернее, комплексные экспоненты) являются собственными функциями дифференцирования, что означает, что данное представление превращает линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами в обычные алгебраические. (Например, в линейной стационарной системе частота — консервативная величина, поэтому поведение на каждой частоте может решаться независимо).

По теореме о свёртке, преобразование Фурье превращает сложную операцию свёртки в простое умножение, что означает, что они обеспечивают эффективный способ вычисления основанных на свёртке операций, таких как умножение многочленов и умножение больших чисел.

Дискретная версия преобразования Фурье может быть быстро рассчитана на компьютерах с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ, англ. FFT).